

Задача 1 Сумма

Были загаданы два целых числа: a и b . Вам сообщили сумму всех чисел от a до b , но не сообщили сами числа.

Например, если были загаданы числа 2 и 5, вам было сообщено число 14.

Требуется написать программу, которая по заданному числу s найдет все такие пары a и b , что сумма чисел от a до b равна s ($-100\,000 \leq s \leq 100\,000$). В приведенном выше примере таких пар две: (2, 5) и (14, 14).

Задача 2 Выдели квадрат

Для заданного числа n требуется найти максимальное число k , такое что n делится на k^2 .

Например, для числа $n = 50$ искомое число $k = 5$.

Требуется написать программу, которая по числу n ($1 \leq n \leq 10^9$) найдет максимальное число k , такое что n делится на k^2 .

Задача 3 Сочетания

Сочетание из n по k – это набор из k различных чисел, каждое из которых принимает значение от 1 до n . При этом сочетания, отличающиеся лишь порядком входящих в них чисел, считаются одинаковыми, поэтому можно считать, что числа в разбиении упорядочены по возрастанию.

Например, существует 6 сочетаний из 4 по 2:

(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)

В приведенном примере сочетания упорядочены лексикографически – сначала по первому числу, затем по второму, и так далее.

Требуется написать программу, которая по заданным n , k и p выведет p -е в лексикографическом порядке сочетание из n по k ($1 \leq k \leq n \leq 20$, сочетания пронумерованы с 1).

Задача 4 Возрастающая последовательность

Задана последовательность из n целых чисел. Требуется удалить некоторые из них, чтобы оставшиеся числа шли по возрастанию. При этом требуется удалить как можно меньше чисел.

Например, если задана последовательность 3, 1, 4, 1, 5, 2, 6, то оптимально удалить число 3, вторую единицу и число 2, остается последовательность 1, 4, 5, 6.

Требуется написать программу, которая по заданному числу n ($1 \leq n \leq 1000$) и последовательности из n чисел оптимальный способ удалить некоторые числа, чтобы оставшиеся образовывали возрастающую последовательность.

Задача 5 Игра с камнями

Пусть заданы число n и множество чисел a_1, a_2, \dots, a_k .

Два игрока играют в следующую игру: исходно у них есть кучка из n камней. Игроки делают ходы по очереди. За один ход игрок может взять из кучки a_1, a_2, \dots или a_k камней. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Например, если $n = 7$, $a_1 = 2$, $a_2 = 5$, то выигрывает второй игрок. Вне зависимости от того, сколько камней взял первый, второй может взять все оставшиеся камни и у первого игрока нет хода.

Требуется написать программу, которая по заданным числам n ($1 \leq n \leq 10^9$), a_1, a_2, \dots и a_k ($1 \leq a_i \leq 12$) выяснит, кто выигрывает при оптимальной игре обоих игроков.